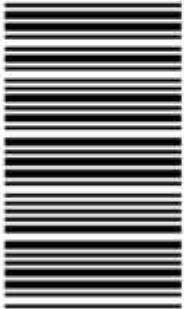


کد کنترل

679

A



679A

صبح جمعه

۹۷/۱۲/۳

دفترچه شماره (۱)



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری  
سازمان سنجش آموزش کشور

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»  
امام خمینی (ره)

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌متمرکز) - سال ۱۳۹۸

رشته ژئوفیزیک - الکترومغناطیس - کد (۲۲۴۲)

مدت پاسخ‌گویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه تخصصی: فیزیک پایه ۱ و ۲ - زمین‌شناسی فیزیکی (عمومی) - فیلترهای دیجیتال - اکتشافات EM - اکتشافات ژئوالکتریک	۴۵	۱	۴۵

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

حل چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

۱۳۹۸

\* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

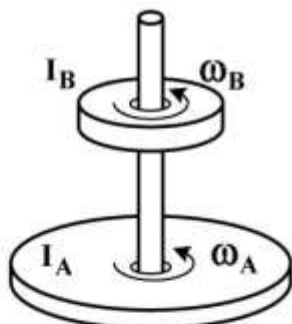
اینجانب ..... با شماره داوطلبی ..... در جلسه این آزمون شرکت می‌نمایم.

امضا:

۱- ماهواره‌ای در مداری دایره‌ای به شعاع  $R_1$  به دور زمین می‌چرخد. اگر شعاع مدار ماهواره ۳ برابر شود، انرژی جنبشی آن چند برابر می‌شود؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$
- (۲)  $\sqrt{3}$
- (۳)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$
- (۴) ۳

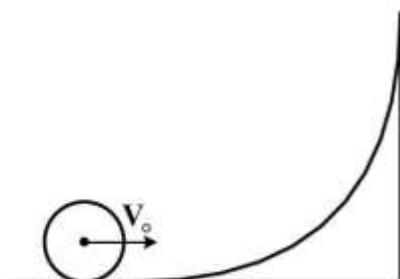
۲- در شکل زیر، لختی دورانی قرص A دو برابر لختی دورانی قرص B است. در ابتدا سرعت زاویه‌ای قرص A نصف سرعت زاویه‌ای قرص B است. با سقوط قرص B بر روی قرص A و چسبیدن آن‌ها به هم سرعت زاویه‌ای مجموعه چند برابر سرعت زاویه‌ای اولیه قرص A می‌شود؟



- (۱)  $\frac{2}{3}$
- (۲)  $\frac{4}{3}$
- (۳)  $\frac{1}{3}$
- (۴)  $\frac{3}{2}$

۳- جسم کوچکی با چگالی جرمی یکنواخت روی سطح قوسی شکل با سرعت اولیه  $V_0$  می‌غلتد تا مرکز جرم آن به

بیشینه ارتفاع  $\frac{3V_0^2}{4g}$  نسبت به موقعیت اولیه خود برسد. این جسم به چه شکل است؟



- (۱) کره توخالی
- (۲) استوانه توخالی
- (۳) کره توپُر
- (۴) استوانه توپُر

۴- چگالی پروتون‌ها در باد خورشیدی در نزدیکی زمین برابر  $9 \text{ cm}^{-3}$  و تندی آن‌ها  $500 \frac{\text{km}}{\text{s}}$  است. چگالی جریان

این پروتون‌ها چند  $\frac{\text{A}}{\text{m}^2}$  است؟ ( $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ )

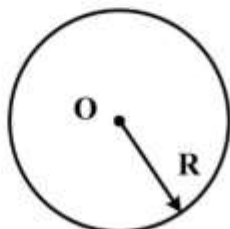
(۱)  $7.2 \times 10^{-10}$

(۲)  $2.8 \times 10^{-9}$

(۳)  $7.2 \times 10^{-7}$

(۴)  $2.8 \times 10^{-6}$

۵- در شکل زیر ناحیه‌ای دایروی به شعاع  $R = 3 \text{ cm}$  را نشان می‌دهد که از آن یک شار الکتریکی یکنواخت عمود بر صفحه کاغذ و به سمت خارج می‌گذرد. شار کل گذرنده از این ناحیه به صورت  $\Phi_E = 3 \times 10^{-3} \text{ t}$  است که  $\Phi$  بر حسب  $\text{V.m}$  و  $t$  بر حسب  $s$  است. میدان مغناطیسی القایی  $B$  در نقطه‌ای به فاصله  $r = 2 \text{ cm}$  از مرکز دایره چند گاوس است؟



(۱)  $1.8 \times 10^{-15}$

(۲)  $3.3 \times 10^{-18}$

(۳)  $1.2 \times 10^{-15}$

(۴)  $5.0 \times 10^{-18}$

۶- کدام گزینه صحیح است؟

(۱) گوشته جامد خارجی، لیتوسفر را تشکیل می‌دهد.

(۲) پوسته اقیانوسی با چگالی  $2 \text{ gr/cm}^3$  عمدتاً از سیلیس و آلومینیم تشکیل شده است.

(۳) هسته با چگالی  $10-13 \text{ gr/cm}^3$ ، کمتر از یک پنجم حجم کلی زمین را تشکیل می‌دهد.

(۴) بخش خارجی هسته و قسمت زیرین گوشته، براساس ویژگی‌های فیزیکی، ظاهراً مایع هستند.

۷- گوشته زمین از کدام سنگ‌ها تشکیل شده است؟

(۱) اولترامافیک (۲) مافیک (۳) حد وسط (۴) فلسیک

۸- کدام مورد درباره زلزله‌های با عمق کانونی کم صحیح است؟

(۱) چندان مخرب نیستند.

(۲) در حاشیه ورقه‌های همگرا روی می‌دهند.

(۳) عمق کانون آن‌ها بین  $300-70$  کیلومتر است.

(۴) در حاشیه ورقه‌های واگرا و ترانسفورم روی می‌دهند.

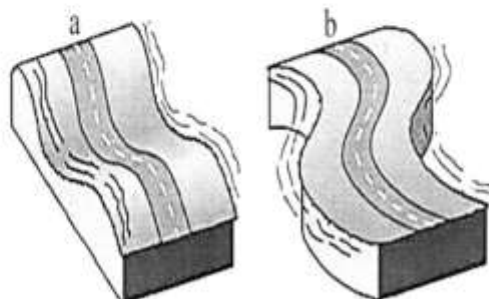
۹- در شکل مقابل، کدام گزینه صحیح است؟

(۱) a: S-wave b: P-wave

(۲) a: R-wave b: L-wave

(۳) a: P-wave b: L-wave

(۴) a: L-wave b: R-wave



۱۰- انرژی آزاد شده در یک زلزله با بزرگی ۶ در مقیاس ریشتر، با انرژی آزاد شده چند زلزله با بزرگی ۳ در مقیاس مشابه، برابر خواهد بود؟

(۱) ۳۰

(۲) ۹۰۰

(۳) ۹۰۰۰

(۴) ۲۷۰۰۰

۱۱- سیگنال گسسته‌ای با  $N$  نمونه محدود موجود است. کدام گزینه در مورد طیف فوریه آن درست است؟

(۱) طیف فوریه آن پیوسته و غیرتناوبی است. (۲) طیف فوریه آن پیوسته و تناوبی با دوره  $2\pi$  است.

(۳) طیف فوریه آن گسسته و غیرتناوبی است. (۴) طیف فوریه آن گسسته و تناوبی با دوره  $2N$  است.

۱۲- کدام خاصیت هم‌میخت سیگنال‌ها در ساده‌سازی اتصالات موازی سیستم‌های LTI کاربرد دارد؟

(۱) خاصیت جابه‌جایی (۲) خاصیت توزیع‌پذیری

(۳) خاصیت شرکت‌پذیری (۴) خاصیت جابه‌جایی و شرکت‌پذیری هم‌زمان

۱۳- تحت کدام یک از فرکانس‌های نمونه‌برداری ذکر شده در گزینه‌ها، از دو سیگنال پیوسته زیر نمونه‌های مشابهی حاصل می‌شود؟

$$x_1(t) = \cos 100\pi t$$

$$x_2(t) = \cos 80\pi t$$

(۱) ۳۵ هرتز

(۲) ۵۵ هرتز

(۳) ۶۰ هرتز

(۴) ۹۰ هرتز

۱۴- اگر  $f(t) = p(t)$  و  $h(t) = e^{-(t-3)}u(t-3)$  باشد. هنگامی که بازه  $t$  به صورت  $-4 < t < -2$  تعریف شده باشد، نتیجه کراس کورلیشن بین این دو تابع کدام است؟

(۱)  $1 - e^2 e^t$

(۲)  $e^t e^2 (e - 1)$

(۳)  $\frac{1}{2} e^t (e - 1)$

(۴)  $\frac{1}{2} e^2 (e^t + 2)$

۱۵- اگر خروجی یک سیستم LTI گسسته به سیگنال ورودی پله واحد  $u(n)$  به صورت  $2\left(\frac{1}{3}\right)^n u(n)$  باشد، خروجی

سیستم به ورودی  $\left(\frac{1}{3}\right)^n u(n)$  کدام است؟

(۲)  $y(n) = 2\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\right)^n u(n)$

(۱)  $y(n) = 2\left(\frac{1}{6}\right)^n u(n)$

(۴)  $y(n) = \left[-6\left(\frac{1}{3}\right)^n + 8\left(\frac{1}{3}\right)^n\right] u(n)$

(۳)  $y(n) = 2\left[\left(\frac{1}{3}\right)^n + \left(\frac{1}{3}\right)^n\right] u(n)$

- ۱۶- قوی ترین بازتاب موج GPR مربوط به کدام یک از لایه های زیر است؟  
 (۱) لایه آبدار (۲) لایه مقاوم (۳) لایه سنگ کف (۴) لایه رسانای جامد
- ۱۷- در حد فرکانس های خیلی بالا، پاسخ های هم فاز و غیر هم فاز نسبت میدان ثانویه به اولیه، به ترتیب به مقادیر ..... میل می کنند.  
 (۱) صفر - صفر (۲) یک - صفر (۳) صفر - یک (۴) یک - یک
- ۱۸- کدام رابطه زیر، ضریب عبور موج GPR از محیط ۱ به ۲ است؟  
 (۱)  $T = \frac{2Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}$   
 (۲)  $T = \frac{2Z_2}{Z_2 - Z_1}$   
 (۳)  $T = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}$   
 (۴)  $T = \frac{2Z_2}{Z_2 + Z_1}$
- ۱۹- همه جملات زیر در مورد روش VLF صحیح اند، به جز:  
 (۱) نیاز به فرض تقریب موج تخت ندارد.  
 (۲) عمق نفوذ VLF پایین است.  
 (۳) شرایط یونسفری کیفیت داده ها را تحت تأثیر قرار می دهد.  
 (۴) اثرات توپوگرافی را نمی توان به آسانی از داده ها حذف کرد.
- ۲۰- در صورت وجود یک نارسانای کامل در عمق کم نزدیک به سطح زمین، تأخیر فاز میدان ثانویه نسبت به میدان اولیه الکترومغناطیسی چند درجه خواهد بود؟  
 (۱) ۰ (۲) ۹۰ (۳) ۱۸۰ (۴) ۲۷۰
- ۲۱- کدام یک از روابط زیر در مورد عمق پوست (Skin depth) صحیح است؟  
 (  $\delta = \text{عمق پوست}$ ،  $\mu = \text{تراوایی مغناطیسی}$ ،  $\sigma = \text{رسانندگی الکتریکی}$ ،  $\omega = \text{فرکانس زاویه ای}$ ،  $\rho = \text{مقاومت ویژه الکتریکی}$  )  
 (۱)  $\delta = \sqrt{\frac{1}{\omega\mu\sigma}}$   
 (۲)  $\delta = 500 \sqrt{\frac{\rho}{\mu}}$   
 (۳)  $\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}$   
 (۴)  $\delta = 500 \sqrt{\frac{\rho}{\omega}}$
- ۲۲- در یک مدل زمین دو لایه که لایه زیرین رساناتر از لایه روئی باشد از بررسی منحنی سونداز مقاومت ویژه ظاهری و فاز چنین نتیجه می شود که:  
 (۱) مقادیر مقاومت ویژه ظاهری و فاز با کاهش مقدار فرکانس هر دو افزایش می یابند.  
 (۲) مقادیر مقاومت ویژه ظاهری و فاز با کاهش مقدار فرکانس هر دو کاهش می یابند.  
 (۳) مقادیر مقاومت ویژه ظاهری با کاهش مقدار فرکانس کاهش یافته و مقادیر فاز به مقادیر کوچکتر از  $45^\circ$  می رسند.  
 (۴) مقادیر مقاومت ویژه ظاهری با کاهش مقدار فرکانس کاهش یافته و مقادیر فاز به مقادیر بزرگتر از  $45^\circ$  می رسند.

۲۳- به منظور انجام برداشت های مگنتو تلوریک پر یود بلند (محدوده پریودی داده ها بین ۱s تا ۱۰۰۰۰s) از چه نوع مگنتومتری باید استفاده کرد؟

- (۱) مگنتومتر پمپنوری  
(۲) مگنتومتر فلاکس گیت  
(۳) مگنتومتر پروتون  
(۴) سیم پیچ القا

۲۴- کدام مورد درباره مدل سازی های تبدیل مستقیم در برداشت های الکترومغناطیس حوزه فرکانس صحیح است؟

- (۱) مدل حاصل یکتاست.  
(۲) مدل حاصل یکتا نیست.  
(۳) قدرت تفکیک نتایج بالاست.  
(۴) قدرت تفکیک نتایج برابر مدل سازی های وارون است.

۲۵- برای اکتشاف دو توده سولفیدی مدفون در عمق ۲۰ متری و به فاصله افقی مرکز تا مرکز ۱۱۰ متر از یکدیگر با عملیات الکترومغناطیس هوایی بر روی پروفیل های موازی، حداکثر ارتفاع پرواز چند متر تعیین شود تا اکتشاف این دو توده سولفیدی به طور مجزا توسط عملیات الکترومغناطیس هوایی مزبور امکان پذیر باشد؟

- (۱) ۱۱۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۹۰ (۴) ۸۰

۲۶- موج الکترومغناطیس غیر تختی را در نظر بگیرید که در امتداد محور x قطبیده است، طول موج آن  $\lambda = 200 \text{ km}$  و دامنه آن به صورت  $E_x(y, z, t) = E_x(z) \sin\left(\frac{2\pi y}{\lambda}\right) \exp(-i\omega t)$  تغییر می کند. این موج به صورت قائم به

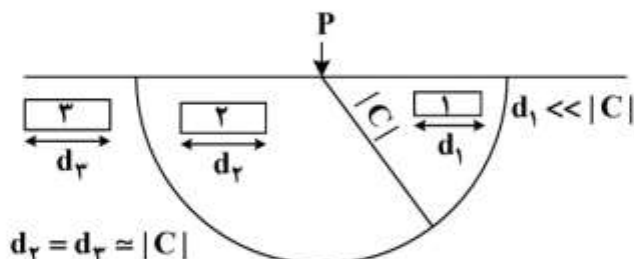
سطح زمین همگن و همسانگرد  $\sigma = 0.01 \frac{\text{S}}{\text{m}}$  می تابد. در این صورت بالاترین فرکانسی که در آن طبیعت غیر تخت این موج حائز اهمیت است، چند Hz خواهد بود؟ (در محاسبات از جریان جابه جایی صرف نظر کنید)

- (۱) ۸۰  
(۲) ۸۰۰  
(۳)  $\frac{1}{80}$   
(۴)  $\frac{1}{800}$

۲۷- همه عبارات های زیر در مورد نحوه انجام عملیات سونداژزنی EM (EM Sounding) صحیح اند، به جز:

- (۱) عملیات سونداژزنی EM با تغییر شعاع حلقه فرستنده یا پیچه گیرنده میدان EM انجام می شود.  
(۲) عملیات سونداژزنی EM با تغییر فرکانس میدان EM در حالی که موقعیت مکانی هر دو فرستنده و گیرنده میدان EM ثابت است، انجام می شود.  
(۳) عملیات سونداژزنی EM با تغییر فاصله بین فرستنده و گیرنده میدان EM انجام می شود.  
(۴) عملیات سونداژزنی EM با ثابت قرار دادن موقعیت مکانی فرستنده و گیرنده میدان EM و افزایش قدرت میدان اولیه EM انجام می شود.

۲۸- در یک برداشت مگنتوتلوریک، در اطراف ایستگاه اندازه‌گیری  $P$ ، حجمی را که در فرکانس مشخص  $f$ ، القای الکترومغناطیس در آن رخ می‌دهد، در نظر بگیرید. هر یک از توده‌های بی‌هنجار ۱، ۲ و ۳، توابع پاسخ اندازه‌گیری شده در این فرکانس را چگونه متأثر می‌سازند؟ ( $|C|$  عمق نفوذ موج الکترومغناطیس در فرکانس مشخص  $f$  است.)



(۱) بدون اثر، القایی، القایی (۲) القایی، غیرالقایی، غیرالقایی

(۳) بدون اثر، القایی، بدون اثر (۴) غیرالقایی، القایی، بدون اثر

۲۹- ضریب القاء متقابل بین حلقه‌های فرستنده و گیرنده، به ترتیب برای حلقه‌های هم محور، هم صفحه و متعامد کدام است؟

(۱) منفی، صفر و مثبت (۲) مثبت، منفی و صفر

(۳) منفی، مثبت و صفر (۴) مثبت، مثبت و صفر

۳۰- نقشه‌های نتیجه شده پس از اعمال فیلتر کاروس - هجلت برای تفسیر نیمه کمی داده‌های VLF-EM چه کمیت فیزیکی را نشان می‌دهند؟

(۱) مقاومت ویژه (۲) فرکانس (۳) چگالی جریان (۴) زاویه تیلت

۳۱- کدام یک از تعاریف زیر در مورد آرایه‌ها صحیح است؟

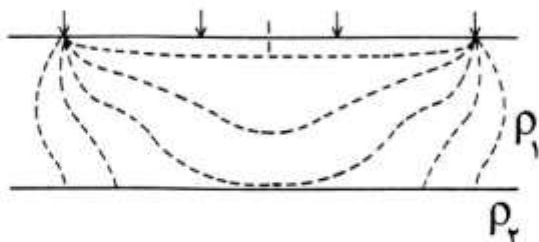
(۱) با آرایه مربعی نمی‌توان سوندازنی انجام داد.

(۲) سوندازنی با آرایه ونر از همه آرایه‌ها راحت‌تر می‌باشد.

(۳) آرایه سه الکترودی حالت خاصی از آرایه مربعی می‌باشد.

(۴) آرایه شلومبرژه غیرمتقارن حالت خاصی از آرایه گرادیان محسوب می‌گردد.

۳۲- در شکل زیر خطوط شارش جریان الکتریکی در لایه اول یک زمین دو لایه‌ای نشان داده شده است. با توجه به شکل، چه رابطه‌ای بین مقاومت ویژه لایه اول ( $\rho_1$ ) و مقاومت ویژه لایه دوم ( $\rho_2$ ) وجود دارد و خطوط شارش جریان در لایه دوم پس از عبور از فصل مشترک دو لایه به چه شکل خواهد بود؟



(۱)  $\rho_2 < \rho_1$ ، خطوط شارش جریان در لایه دوم، مسیر کوتاه‌تری را نسبت به خطوط شارش جریان در لایه اول طی می‌کنند.

(۲)  $\rho_2 > \rho_1$ ، خطوط شارش جریان در لایه دوم، مسیر کوتاه‌تری را نسبت به خطوط شارش جریان در لایه اول طی می‌کنند.

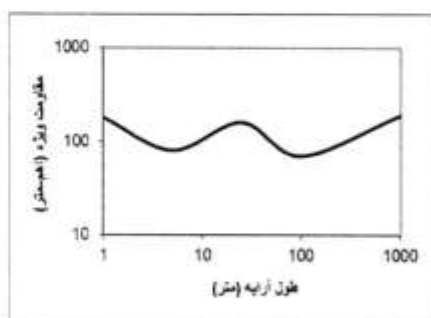
(۳)  $\rho_2 > \rho_1$ ، خطوط شارش جریان در لایه دوم، مسیر طولانی‌تری را نسبت به خطوط شارش جریان در لایه اول طی می‌کنند.

(۴)  $\rho_2 < \rho_1$ ، خطوط شارش جریان در لایه دوم، مسیر طولانی‌تری را نسبت به خطوط شارش جریان در لایه اول طی می‌کنند.

۳۳- همه جملات زیر درباره رسانندگی بین سطحی (Interfacial conductivity) درست‌اند، به جز:

- (۱) منشأ اصلی رسانندگی بین سطحی لایه دوگانه الکتریکی (EDL) است.
- (۲) حضور کانی‌های رسی باعث افزایش پاسخ رسانندگی سطحی می‌شود.
- (۳) رسانندگی بین سطحی عمدتاً به وسیله ویژگی‌های سطحی فضاهای خالی کنترل می‌شود.
- (۴) رسانندگی بین سطحی عمدتاً به وسیله ویژگی‌های سطحی و حجمی فضاهای خالی کنترل می‌شود.

۳۴- حداقل تعداد لایه‌ها در نتیجه تفسیر منحنی سونداژ مقاومت ویژه الکتریکی نشان داده شده در شکل زیر کدام

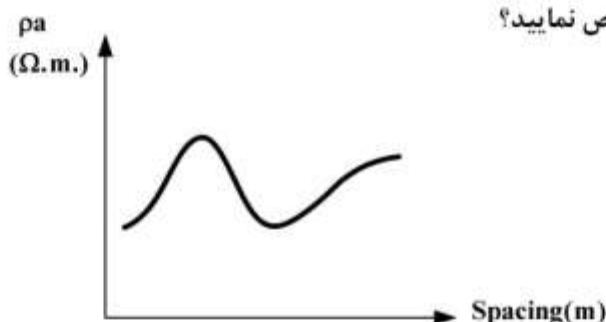


است؟

- (۱) ۴
- (۲) ۵
- (۳) ۶
- (۴) ۷

۳۵- منحنی سونداژ الکتریکی زیر در نتیجه برداشت داده‌های سونداژ بر روی یک زمین چهار لایه‌ای به دست آمده

است. نوع منحنی سونداژ الکتریکی مورد نظر را مشخص نمایید؟



- (۱) HK
- (۲) KQ
- (۳) KH
- (۴) KHA

۳۶- کدام آرایه الکترودی بیشترین تباين (contrast) قائم را نشان می‌دهد؟

- (۱) ونر
- (۲) نیم‌ونر
- (۳) شلومبرژه
- (۴) قطبی - دوقطبی

۳۷- تعدادی سونداژ مقاومت ویژه الکتریکی به کمک آرایه شلومبرژه در یک منطقه آبرفتی برداشت و پارامترهای

ژئوالکتریکی لایه آبخوان مشخص گردیده است، بهترین نقطه حفاری کدام است؟

- (۱) نقطه‌ایی که کمترین مقاومت عرضی را داشته باشد.
- (۲) نقطه‌ایی که بیشترین مقاومت عرضی را داشته باشد.
- (۳) نقطه‌ایی که بیشترین مقاومت طولی را داشته باشد.
- (۴) نقطه‌ایی که کمترین مقاومت طولی را داشته باشد.

۳۸- کدام یک از روش‌های مدل‌سازی پیشرو زیر برای مدل‌سازی داده‌های مقاومت ویژه بر روی یک زمین لایه‌ای حاوی

یک بی‌هنجاری نسبتاً کوچک، کاربردی‌تر است؟

- (۱) تصادفی
- (۲) اجزاء محدود
- (۳) معادلات انتگرالی
- (۴) تفاضل محدود

۳۹- یک لایه ضخیم ماسه سنگ هیدروکربنی افقی با کدام مقادیر زیر قابل شناسایی است؟

- (۱) مقادیر بزرگ پتانسیل خودزا و مقادیر اندک مقاومت ویژه
- (۲) مقادیر بزرگ پتانسیل خودزا و مقاومت ویژه
- (۳) مقادیر اندک پتانسیل خودزا و مقاومت ویژه
- (۴) مقادیر اندک پتانسیل خودزا و مقادیر بزرگ مقاومت ویژه



۴۰- نوسانات سیگنال‌های الکتریکی ثبت شده در روش سائزموالکترونیک و اکتشاف آب‌های زیرزمینی، در کدام قسمت عمقی زیر سطح زمین بیشتر است؟

(۱) سنگ کف آب زیرزمینی

(۲) بخش اشباع شده در بالای سطح آب زیرزمینی

(۳) بخش اشباع نشده در بالای سطح آب زیرزمینی

(۴) بخش پایینی آب زیرزمینی نزدیک سنگ کف آب زیرزمینی

۴۱- در مطالعات دوبعدی مقاومت ویژه الکتریکی کدامیک از آرایه‌ها به ترتیب کمترین و بیشترین پوشش افقی را دارند؟

(۱) Pole-Pole, Wenner

(۲) Wenner, Pole-Pole

(۳) Wenner, Dipole-Dipole

(۴) Dipole - Dipole, Wenner-Schlumberger

۴۲- در چه شرایطی برای یک زمین سه لایه‌ای با پارامترهای مقاومت ویژه  $(\rho_1, \rho_2, \rho_3)$  ضخامت  $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 = \infty)$  اصل اختفاء (principle of suppression) صادق است؟

$$(2) \quad h_1 > 1 \cdot h_2, \rho_1 > \rho_2 > \rho_3$$

$$(1) \quad h_1 > 1 \cdot h_2, \rho_1 > \rho_2, \rho_2 < \rho_3$$

$$(4) \quad h_1 > 2 \cdot h_2, \rho_1 > \rho_2, \rho_2 < \rho_3$$

$$(3) \quad h_1 > 2 \cdot h_2, \rho_1 > \rho_2 > \rho_3$$

۴۳- روش مدل‌سازی معکوس هموار (Smooth inverse modeling) برای مدل‌سازی داده‌های مقاومت ویژه در کدامیک از حالات زیر مناسب‌تر است؟

(۲) تعداد قیود اندک

(۱) تعداد داده‌های کم یا ناقص

(۴) تعداد قیود زیاد

(۳) تعداد داده‌های نسبتاً زیاد

۴۴- فرکانس لارمور با کدام یک از پارامترهای زیر ارتباط دارد؟

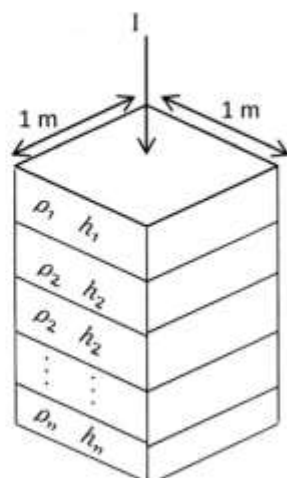
(۲) میدان مگنتوتلوریک القایی به زمین

(۱) جریان تلوریک

(۴) فرستنده‌های ثابت امواج الکترومغناطیس در سطح زمین

(۳) نسبت ژبرومغناطیسی پروتون

۴۵- برای یک واحد ژئوالکتریکی با مقطع  $[x]$  متر با ابعاد نمایش داده شده، هنگامی که جریان الکتریکی عمود بر لایه‌بندی تزریق شود، مقاومت ویژه عرضی آن برابر است با:



$$(1) \quad \frac{\sum h_i / \rho_i}{\sum h_i}$$

$$(2) \quad \frac{\sum \rho_i h_i}{\sum h_i}$$

$$(3) \quad \frac{\sum h_i}{\sum h_i / \rho_i}$$

$$(4) \quad \frac{\sum h_i}{\sum \rho_i h_i}$$





